

УДК 621.762.4.047

Грибков Э. П.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ  
ДАВЛЕНИЕМ ПОРОШКОВЫХ ЛЕНТ И ПРОВОЛОКИ**

Порошковые ленты и полосы получили широкое распространение в качестве заготовок для подшипников скольжения. Данный вид продукции получается путем прокатки порошкового материала на металлической подложке. В сварочном производстве порошковые проволоки и ленты получили распространение за счёт того, что порошковый сердечник может иметь практически любой химический состав с включением различного содержания легирующих элементов. Порошковые проволоки и ленты являются универсальным электродным материалом. Данные электроды получают путём волочения, прокатки или плющения порошкового материала в металлической оболочке.

Одной из основных тенденций развития методов расчета процессов обработки давлением является использование максимально строгого аппарата, что применительно к симметричной прокатке порошковых материалов было сделано авторами работ [1, 2] на основе численного решения дифференциального уравнения равновесия. Вместе с тем, наличие в очаге деформации монометаллической подложки или оболочки несколько видоизменяет кинематические и геометрические параметры очага деформации.

Целью работы является разработка математического аппарата для моделирования процессов производства порошковых лент и проволоки на основе достаточного точного условия пластичности, одновременно позволяющего относительно просто описывать физико-механические свойства порошковых материалов различного состава.

В основу разработанных математических моделей напряженно-деформированного состояния при реализации процессов прокатки порошковой ленты, волочения и плющения порошковой проволоки был положен один подход, основанный на совместном численном рекуррентном решении условий статического равновесия и условий пластичности для порошкового сердечника.

Используемая в моделях расчётная схема представляла очаг деформации, разбитый на множество элементарных объёмов. Для каждого выделенного элементарного объёма рассматривались условия статического равновесия всех действующих сил, решение которых совместно с условиями пластичности (для плоского или осесимметричного напряженного состояния) и принятым законом трения позволило определить напряженное состояние в порошковом сердечнике. Помимо напряжений, для порошкового материала было определено распределение относительной плотности вдоль очага деформации.

В данных моделях использовалось условие пластичности для пористых материалов [3]:

$$f = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + \alpha \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - \beta \cdot \sigma_s^2 = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения, действующие на деформируемый порошковый сердечник.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  в свою очередь определяются по формуле [3]:

$$\alpha = a(1 - \gamma)^m; \quad \beta = \gamma^{2n}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  – относительная плотность порошковой композиции, определяемая как:

$$\gamma = \rho / \rho_m, \quad (3)$$

$\rho$  – плотность исследуемой порошковой композиции;

$\rho_m$  – плотность исследуемой композиции в ее монолитном состоянии;

$a, m, n$  – постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально для каждого типа порошковой композиции.

Для определения коэффициентов  $a, m, n$  использовалось устройство, выполненное в виде плавающей матрицы с цилиндрической внутренней поверхностью и двух пуансонов, сопряженных с силоизмерительным прессующим механизмом [4, 5]. Плавающая матрица выполнена разъемной, при этом обе её половины содержат проушины, посредством которых они сопряжены между собой при помощи болтовых соединений, оснащенных силоизмерительными кольцевыми месдозами. Устройство отличается также тем, что с целью повышения точности результатов экспериментальных исследований по оси внутреннего отверстия плавающей матрицы размещен центрирующий стержень диаметром:

$$D_c = D_m - 2h, \quad (4)$$

где  $D_m$  – диаметр внутренней цилиндрической поверхности плавающей матрицы;

$h$  – расстояние между пуансонами в их крайнем положении.

Использование центрирующего стержня данного диаметра позволяет исключить влияние касательных напряжений на контакте заготовки с пуансонами, а также на поверхности контакта заготовки и внутренней поверхности матрицы, так как в этом случае соотношение  $(D_m - D_c)/(2h)$  равно единице [4].

Устройство работает следующим образом: под действием прессующего механизма верхний пуансон воздействует на порошковую композицию известной силой  $Y$ , под действием которой происходит деформация порошкового материала, которая, в свою очередь, вызывает радиальную силу  $F$ , измеряемую при помощи кольцевых месдоз. Непосредственно нормальные контактные  $p_i$  напряжения определяют в этом случае по формуле [4]:

$$p_i = \frac{4Y_i}{\pi(D_m^2 - D_c^2)}. \quad (5)$$

Для определения радиальных напряжений  $\sigma_{ri}$  рассматривалось условие равновесия при проецировании всех сил на горизонтальную плоскость:

$$F_i = \int_0^\pi \sigma_{ri} \cdot \sin \alpha \cdot R \, d\alpha \cdot h_i = \sigma_{ri} \cdot (-\cos \alpha) \cdot R \Big|_0^{180^\circ} \cdot h_i = 2 \cdot \sigma_{ri} \cdot R \cdot h_i = \sigma_{ri} \cdot D_m \cdot h_i, \quad (6)$$

из которого с учетом известного измеренного значения  $F_i$  величина  $\sigma_{ri}$  соответствует:

$$\sigma_{ri} = \frac{F_i}{h_i D_m}. \quad (7)$$

Определение коэффициента  $\alpha_i$  осуществляется по формуле [3]:

$$\alpha_i = \frac{1 - \sigma_{ri} / p_i}{2(1 + 2\sigma_{ri} / p_i)}. \quad (8)$$

Коэффициенты  $\beta$  и  $\sigma_s$  определяются по следующей зависимости [3]:

$$\beta_i \sigma_s^2 = \frac{9\alpha_i}{1 + 4\alpha_i} p_i^2, \quad (9)$$

где последующее определение коэффициента  $\beta$  осуществляется на основе метода наименьших квадратов, исходя из допущения о постоянстве значения  $\sigma_s$ .

Затем производят измерение геометрических характеристик и массы получаемого образца, определяют значения его абсолютной и относительной плотности.

Зная зависимости коэффициентов  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  от относительной плотности  $\gamma_i$ , определяют коэффициенты  $a, m, n$  уравнения (2).

В качестве примера использования предлагаемой установки можно продемонстрировать определение механических свойств порошка бронзографита, содержащего 79 % меди, 15 % олова, 4 % свинца, 2 % графита. Устройство было установлено в станину рабочей клетки прокатного стана, в качестве силового агрегата использовали нажимной винт. Технологическая сущность эксперимента заключалась в прессовании соответствующей порошковой композиции в закрытой матрице при различных, варьируемых по величине, значениях силы  $Y_i$ . Для определения механических свойств порошка одного состава достаточно одного опыта, так как использование сельсин-датчика, установленного на нажимном механизме, позволило определить текущую высоту испытуемой заготовки, соответствующую текущему значению силы прессования  $Y_i$ , то есть одним опытом заменялась целая их серия [6].

Из анализа полученных результатов является очевидным, что с увеличением силы прессования радиальные напряжения возрастают. По мере увеличения относительной плотности  $\gamma$  значения коэффициента  $\alpha$  снижаются и снижаются практически линейно, что, в свою очередь, позволяет принять степенной показатель аналитического описания  $m$  равным единице. Количественная же оценка коэффициента  $a$  того же аналитического описания для данного материала составила  $a = 1,737$  [6].

Значения коэффициента  $\beta$  с увеличением относительной плотности возрастают, асимптотически приближаясь к единице, что, в частности, соответствует условиям деформирования сплошных сред. Полученная же для бронзографита данного состава количественная оценка степенного показателя  $n$  в данном случае составила  $n = 3,049$ , а значение  $\sigma_x$  было равно  $274 \text{ Н/мм}^2$  и именно эти значения могут быть использованы в качестве исходных данных при реализации различных математических моделей процессов деформации порошковых материалов [6].

В случае прокатки порошковых лент или плющения порошковой проволоки, то есть в случае плоского напряженного состояния главные напряжения в уравнении (1) равны [7]:

$$\sigma_1 = p_x, \quad \sigma_2 = \frac{1-2\alpha}{2(1+\alpha)}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1-2\alpha_x}{2(1+\alpha_x)}(p_x + \sigma_x), \quad \sigma_3 = \sigma_x, \quad (10)$$

где индекс  $x$  означает текущее значение параметра вдоль оси прокатки;  $\sigma_x, p_x$  – нормальные и нормальные контактные напряжения.

Подставив главные напряжения в условие пластичности (1), получим:

$$\frac{1}{2} \left[ \left\{ p_x - \frac{1-2\alpha_x}{2(1+\alpha_x)}(p_x + \sigma_x) \right\}^2 + \left\{ \frac{1-2\alpha_x}{2(1+\alpha_x)}(p_x + \sigma_x) - \sigma_x \right\}^2 + (\sigma_x - p_x)^2 \right] + \alpha_x \left[ p_x + \frac{1-2\alpha_x}{2(1+\alpha_x)}(p_x + \sigma_x) + \sigma_x \right]^2 = \beta_x \sigma_{sx}^2. \quad (11)$$

После упрощений и преобразований условие пластичности для пористых материалов для плоского напряженного состояния будет иметь вид [7]:

$$p_x^2 - 2 \frac{1-2\alpha_x}{1+4\alpha_x} p_x \sigma_x + \sigma_x^2 = \frac{4}{3} \frac{1+\alpha_x}{1+4\alpha_x} \beta_x \sigma_{sx}^2. \quad (12)$$

Для определения величины относительной плотности  $\gamma_x$  воспользуемся основными уравнениями теории течения пористых материалов, а именно зависимостями между главными напряжениями  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  и главными скоростями  $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$  пластической деформации [3]:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= 3\lambda \left[ \sigma_1 - (1-2\alpha) \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right], & \dot{\varepsilon}_2 &= 3\lambda \left[ \sigma_2 - (1-2\alpha) \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right], \\ \dot{\varepsilon}_3 &= 3\lambda \left[ \sigma_3 - (1-2\alpha) \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right],\end{aligned}\quad (13)$$

где  $\lambda$  – множитель Лагранжа.

Учитывая равенство отношений главных деформаций и главных скоростей деформаций, преобразовываем выражения к следующему виду [3]:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_3} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{\sigma_1 - (1-2\alpha)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sigma_3 - (1-2\alpha)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}.\quad (14)$$

В силу предположения о плоском деформированном состоянии будут иметь силу соотношения  $\varepsilon_1 = \varepsilon_h$ ;  $\varepsilon_2 = 0$ ;  $\varepsilon_3 = \varepsilon_x$ ;  $\sigma_3 = \sigma_x$ ;  $\sigma_1 = p_x$ ;  $\sigma_2 = (1-2\alpha)(p_x + \sigma_x)/[2(1+\alpha)]$ .

С учетом этого соотношение главных деформаций [8]:

$$\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_x} = \frac{p_x(1+4\alpha_x) - \sigma_x(1-2\alpha_x)}{\sigma_x(1+4\alpha_x) - p_x(1-2\alpha_x)}.\quad (15)$$

Переходя к параметрам напряженно-деформированного состояния выделенного элементарного объема, получим:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x(1+4\alpha_x) - p_x(1-2\alpha_x)}{p_x(1+4\alpha_x) - \sigma_x(1-2\alpha_x)} \frac{h_{x1} - h_{x2}}{h_{x1}},\quad (16)$$

где  $h_{x1}, h_{x2}$  – толщины полосы на входе и выходе из элементарного объема очага деформации.

С учетом закон сохранения массы, выражение для относительной плотности записывается следующим образом [7]:

$$\gamma_{x2} = \gamma_{x1} \frac{h_{x1}}{h_{x2}(1+\varepsilon_x)}.\quad (17)$$

В случае волочения или прокатки в круглых калибрах порошковой проволоки, то есть в случае осесимметричного напряженного состояния, главные напряжения в уравнении (1) равны [8]  $\sigma_1 = \sigma_x$ ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = p_x$ . Подставив эти данные в уравнение (1), получим:

$$f = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x - p_x)^2 + (p_x - \sigma_x)^2 \right] + \alpha_x (\sigma_x + 2p_x)^2 - \beta_x \sigma_{sx}^2 = 0.\quad (18)$$

Проведя математические преобразования, получим:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \left[ \sigma_x^2 - 2\sigma_x p_x + p_x^2 + p_x^2 - 2p_x \sigma_x + \sigma_x^2 \right] + \alpha_x \sigma_x^2 + 4p_x \sigma_x \alpha_x + 4p_x^2 \alpha_x - \beta_x \sigma_{sx}^2 &= 0; \\ \sigma_x^2 + p_x^2 - 2\sigma_x p_x + \alpha_x \sigma_x^2 + 4\alpha_x p_x^2 + 4\alpha_x p_x \sigma_x - \beta_x \sigma_{sx}^2 &= 0; \\ \sigma_x^2 (1 + \alpha_x) + p_x^2 (1 + 4\alpha_x) - 2\sigma_x p_x (1 - 4\alpha_x) - \beta_x \sigma_{sx}^2 &= 0; \\ \sigma_x^2 - 2\sigma_x p_x \frac{1 - 4\alpha_x}{1 + \alpha_x} + p_x^2 \frac{1 + 4\alpha_x}{1 + \alpha_x} &= \frac{1}{(1 + \alpha_x)} \beta_x \sigma_{sx}^2.\end{aligned}\quad (19)$$

Воспользовавшись зависимостями между главными скоростями пластической деформации и главными напряжениями, предоставляемыми теорией течения пористых материалов [3],

соотношение скоростей, а вместе с этим и соотношение показателей соответствующих деформаций  $\varepsilon_1 / \varepsilon_3$  может быть определено как:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{\sigma_1 - (1 - 2\alpha)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sigma_3 - (1 - 2\alpha)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}, \quad (20)$$

где, учитывая то, что применительно к рассматриваемой осесимметричной схеме нагружения в силу принятых допущений имеет место выполнение соотношений  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_{dx}$ ;  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{Lx}$ ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = p_x$ ;  $\sigma_1 = \sigma_x$ , искомая величина соотношения показателей степени деформации  $\varepsilon_L / \varepsilon_d$  может быть выражена зависимостью следующего вида:

$$\frac{\varepsilon_{Lx}}{\varepsilon_{dx}} = \frac{\sigma_x - (1 - 2\alpha_x)(2p_x + \sigma_x)/3}{p_x - (1 - 2\alpha_x)(2p_x + \sigma_x)/3}. \quad (21)$$

Соответственно показатель степени деформации  $\varepsilon_{Lx}$  будет равен [8]:

$$\varepsilon_{Lx} = 2 \frac{\sigma_x(1 + \alpha_x) - p_x(1 - 2\alpha_x)}{p_x(1 + 4\alpha_x) - \sigma_x(1 - 2\alpha_x)} \cdot \frac{F_{x1}}{F_{x1} - F_{x2}}, \quad (22)$$

где  $F_{x1}, F_{x2}$  – площади поперечного сечения проволоки на входе и выходе из элементарного объема очага деформации.

С учётом чего результирующая в рамках каждого отдельного элементарного объема относительная плотность порошкового материала будет соответствовать:

$$\gamma_{x2} = \gamma_{x1} F_{x1} / [F_{x2}(1 + \varepsilon_{Lx})], \quad (23)$$

где  $\gamma_{x1}, \gamma_{x2}$  – относительная плотность порошкового материала на входе и выходе из элементарного объема очага деформации.

Полученные зависимости легли в основу математических моделей процессов прокатки порошковых лент [7], плющения и волочения [9] порошковой проволоки. Для проверки их адекватности был проведен ряд экспериментальных исследований.

Экспериментальные исследования интегральных характеристик процесса прокатки были проведены для случая прокатки порошка бронзографита с насыпной толщиной 4,0 мм на металлической подложке из стали 08 кп толщиной 3,5 мм [7]. Ширина прокатываемой композиции для всех случаев составляла 175 мм. Эксперименты были проведены на промышленно-лабораторном стане 200 × 260. В ходе экспериментов изменяли конечную толщину прокатываемой композиции с 4,5 мм до 3,9 мм, то есть степень обжатия порошковой композиции варьировалась в диапазоне от 75 % до 90 %. Сравнения полученных экспериментальных зависимостей с расчетными показало, что доверительный интервал погрешности определения для силы прокатки составил 10,4 %.

Исследования интегральных энергосиловых параметров и результирующих геометрических характеристик процесса плющения ленты были проведены в рабочей клети 100 × 100. Непосредственно плющению подвергали предварительно сформованную порошковую проволоку исходным диаметром  $d_0 = 2,6$  мм из стали 08 кп с порошковым сердечником, основой которого являлся железный порошок марки ПЖР-3 [9]. Собственно процесс плющения осуществляли с различными обжатиями до толщин 0,86; 0,95 и 1,06 мм в рабочей клети без использования технологической смазки. Сравнение полученных экспериментальных данных с теоретическими показало, что погрешность определения ширины полосы не превысила 7,58 %, а силы прокатки – 10,02 %.

Осесимметричная задача была апробирована при экспериментальном исследовании процесса волочения порошковой проволоки. В качестве оболочки использовали ленты: медную М1 толщиной 0,5 мм и шириной 15 мм, стальную 65Г толщиной 0,5 мм, шириной 12 мм.

Основным материалом в составе порошкового сердечника в медной оболочке составлял медный порошок марки ПМС-1, а в стальной оболочке – железный порошок марки ПЖР-3. В ходе эксперимента проволока подвергалась деформации за пять переходов при относительной деформации за переход от 0,143 до 0,157 для медной проволоки и от 0,085 до 0,149 для стальной, при этом относительная плотность медного порошка для меди составила порядка 0,7, а для железного – 0,8. Сила натяжения при волочении составила порядка 3 кН. Погрешность определения плотности порошкового сердечника не превысила 8,5 %, а для силы натяжения – 10 % [10].

## ВЫВОДЫ

Сформулировано условие пластичности для случаев прокатки порошковых лент и волочения порошковой проволоки, позволяющее по относительно простой методике с использованием несложной оснастки, устанавливаемой в рабочей клети прокатного стана, описывать физико-механические свойства порошковых материалов различного состава. Данные условия пластичности легли в основу математических моделей процессов прокатки, плющения и волочения порошковых материалов. Экспериментальные исследования подтвердили правомерность использования данного условия пластичности и адекватность разработанного математического аппарата.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каташинский В. П. *Напряженно-деформированное состояние прокатываемого порошка в зоне уплотнения* / В. П. Каташинский, М. Б. Штерн // *Порошковая металлургия*. – 1983. – № 11. – С. 17–21.
2. Каташинский В. П. *Напряженно-деформированное состояние прокатываемого порошка в зоне уплотнения* / В. П. Каташинский, М. Б. Штерн // *Порошковая металлургия*. – 1983. – № 12. – С. 9–13.
3. *Прогрессивные технологические процессы штамповки деталей из порошков и оборудование* / Г. М. Волкогон, А. М. Дмитриев, Е. П. Добряков и др. ; под общ. ред. А. М. Дмитриева, А. Г. Овчинникова. – М. : Машиностроение, 1991. – 320 с.
4. Пат. 40142А Україна, МКВ В 22 F3/03. *Установка для экспериментального визначення фізико-механічних властивостей порошковых матеріалів* / Потапкін В. Ф., Лаптев О. М., Сатонін О. В. та ін. ; заявник та патентовласник Донбаська державна машинобудівна академія. – № 2000073921 ; заявл. 04.07.2000 ; опубл. 16.07.2001, Бюл. № 6.
5. Пат. 59317 Україна, МПК (2006.01) В 22 F 3/03. *Установка для экспериментального визначення основних показників фізико-механічних властивостей порошковых матеріалів різноманітного складу* / Сатонін О. В., Грибков Е. П., Иванов О. О., Косяков О. В. ; заявник та патентовласник Донбаська державна машинобудівна академія. – № u201012688 ; заявл. 26.10.2010 ; опубл. 10.05.2011, Бюл. № 9.
6. Грибков Е. П. *Экспериментальный метод для определения физико-механических свойств порошка* / Е. П. Грибков, Ю. А. Воробйов, В. Г. Попік // *Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском у машинобудуванні та металургії* : зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА, 1999. – Вип. 5. – С. 226–228.
7. *Напряженное состояние и кинематика при прокатке порошковых материалов на металлической подложке* / В. Ф. Потапкін, О. М. Льовкін, О. В. Сатонин та ін. // *Порошковая металлургия*. – 2000. – № 1/2. – С. 13–21.
8. *Investigation of the process of drawing flux-cored wire for welding copper to steel* / V. V. Chigarev, P. A. Gavrish, E. P. Gribkov // *Welding International Volume 26, Issue 9, 2012*. – P. 718–722. – (DOI:10.1080/09507116.2011.653152).
9. Грибков Э. П. *Изготовление порошковой плющенки для восстановительной наплавки* / Э. П. Грибков, А. В. Шевченко // *Вісник двигунобудування*. – 2006. – № 4. – С. 13–15.
10. *Экспериментальное исследование процесса волочения порошковой проволоки* / А. Г. Гринь, Э. П. Грибков, А. В. Свиридов, И. А. Бойко // *Розвиток методів розрахунку, удосконалення технологій та обладнання процесів обробки металів тиском : матеріали науково-технічної конференції*. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – С. 22.

Грибков Э. П. – канд. техн. наук, доц. каф. АММ ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 05.03.2013 г.